

リングオシレータを用いたカオス回路の結合系

細川 康輝

Coupling System of Chaotic Circuits Using Ring Oscillators

Yasuteru HOSOKAWA

ABSTRACT

Chaotic circuits have an extensive possibility for engineering applications which have been investigated by many researchers passionately for the past 20 years. In order to realize these applications, chaotic circuit integration is a necessary.

In this paper, a chaotic circuit using two ring oscillators and its coupling system are proposed. A chaotic circuit using two ring oscillators is suitable for intergated circuits. Therefore, a coupling system is considered for this application. Chaotic phenomena generated by the proposed circuit are investigated. The exact solutions are derived, the Lyapunov exponents are calculated and the bifurcations scenario is explained. Additionally, the coupling system is investigated.

Several interesting phenomena are observed.

KEYWORDS : chaos, electric circuit, intergated circuit, ring oscillator

1 はじめに

カオス回路はさまざまな工学的応用の可能性を持っており、近年、多くの研究者により精力的に調査されている。例えば、カオス通信システム^{1,2)}、カオスニューラルネットワーク^{3,4)}、時空カオスモデル^{5,6)}、電力システム^{7,8)}などである。これらの応用の実現には、カオス回路の集積化が必要とされるものも多く、カオス回路の集積化は重要な問題である。

本研究では、リングオシレータを用いたカオス回路とその結合系について調査を行う。提案回路は、2つのCMOSリングオシレータと2つのダイオード、パラメータ調整用の2つの抵抗とキャパシタから構成されている。提案回路に用いられているリングオシレータは、奇数個のインバータ回路を直列に結合した発振器で、極めて簡単な構造であり、集積回路の製造において性能テストに利用されている。

それゆえ、リングオシレータを用いたカオス発

受理日：平成15年10月10日

生回路の実装も容易だと考えられる。回路方程式から厳密解を導出し、数値計算により回路に発生する分岐現象の調査、リアプノフ指数の計算、カオス発生の物理的説明などを行う。さらに、提案回路は集積回路の設計ルールに基づき設計した回路を利用していることから、大規模結合系の解析と応用の面からも重要であると考えられる⁹⁻¹²⁾。そこで、具体的な応用として提案した回路をキャパシタで結合した結合系について調査を行い、時空現象を含む興味深い現象を確認したので報告する。

2 リングオシレータを用いたカオス回路

これまでに知られているカオス回路のいくつかは、すでに集積化の研究がなされおり、すでに実装されたものもある^{13,14)}。これらの回路は電子回路としては複雑ではないが、集積化された回路は複雑な構造となってしまう。複雑となる根本的な原因は、回路がアナログ回路であり、非線形素子

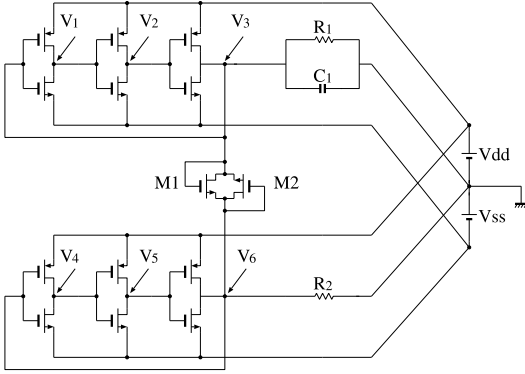


図1：リングオシレータを用いたカオス回路。

を含んでいることである。したがって、高度なアナログ集積化技術が必要である。しかしながら、カオスの魅力の1つは簡単な回路から発生することであるので、集積回路でも簡単な構造でカオス発生回路を設計するべきである。そこで、集積回路上で簡単な構造であるリングオシレータを利用することを考える。CMOSリングオシレータは集積回路上の構造では最も簡単な回路の一つで、奇数個のインバータを環状に接続することで発振する。図1は、リングオシレータを用いたカオス発生回路である。

3次の自励振動回路であるリングオシレータ2つをダイオードで結合しており、 R_1, R_2 は振幅を変化させるために接続され、 C_1 は上部発振器の発振周波数を変化させるために接続されている。 M_1, M_2 とCMOSインバータをそれぞれ以下のように近似する。

まず、CMOSインバータの近似は、図2で表されるリングオシレータのCMOSインバータモデルを基本とし、1つのインバータに着目する。入力端子に関連する全ての寄生容量には、前段の出力端子に関連する全ての寄生容量が並列に接続されている。また、入力抵抗は前段の出力抵抗と並列に接続されている。それゆえ、図3のような簡単なモデルを得ることができる。

M_1 と M_2 は図4のように相方向に結合したダイオードと同じ特性をもつので、 M_1 と M_2 は以下のような3領域の区分線形関数として表すことができる。

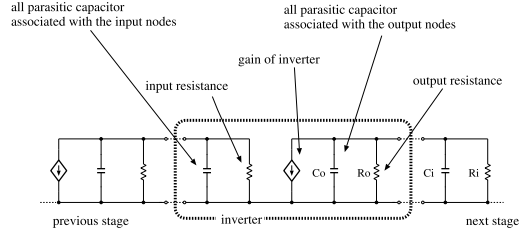


図2：本研究で用いられるインバータのモデル。

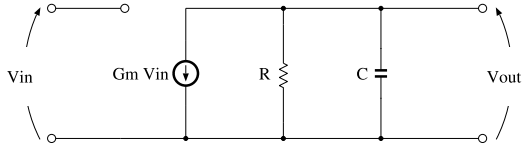


図3：リングオシレータで用いられるインバータの簡略化モデル。

$$i_D = \begin{cases} \frac{1}{r_d}(v_D - V_{th}) & \text{for } v_D > V_{th}, \\ 0 & \text{for } -V_{th} \leq v_D \leq V_{th}, \\ \frac{1}{r_d}(v_D + V_{th}) & \text{for } v_D < -V_{th}. \end{cases} \quad (1)$$

以上の近似から、回路方程式は以下ようになる。

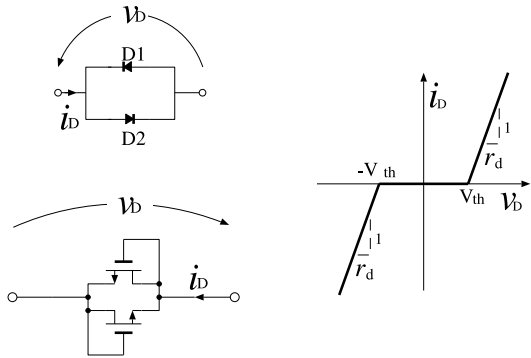


図4：ダイオードのモデル。

$$\begin{cases} \frac{dv_{a1}}{dt} = -\frac{1}{RC}v_{a1} - \frac{G_m}{C}v_{a3}, \\ \frac{dv_{a2}}{dt} = -\frac{1}{RC}v_{a2} - \frac{G_m}{C}v_{a1}, \\ \frac{dv_{a3}}{dt} = -\frac{R+R_1}{RR_1(C+C_1)}v_{a3} \\ \quad - \frac{G_m}{C+C_1}v_{a3} - \frac{i_d}{C+C_1}, \\ \frac{dv_{b1}}{dt} = -\frac{1}{RC}v_{b1} - \frac{G_m}{C}v_{b3}, \\ \frac{dv_{b2}}{dt} = -\frac{1}{RC}v_{b2} - \frac{G_m}{C}v_{b1}, \\ \frac{dv_{b3}}{dt} = -\frac{R+R_2}{RR_2C}v_{b3} - \frac{G_m}{C}v_{b3} + \frac{i_d}{C}, \end{cases} \quad (2)$$

但し,

$$i_d = \begin{cases} \frac{1}{r_d}(v_{a3} - v_{d3} - V_{th}) & \text{for } v_{a3} - v_{b3} > V_{th}, \\ 0 & \text{for } |v_{a3} - v_{b3}| \leq V_{th}, \\ \frac{1}{r_d}(v_{a3} - v_{d3} + V_{th}) & \text{for } v_{a3} - v_{b3} < -V_{th}. \end{cases} \quad (3)$$

ここで、以下の変数およびパラメータの変換を行うと、

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{v_n}{V_{th}}, & y_d &= \frac{R_d}{V_{th}} i_d, & r &= \frac{1}{RC} = t, \\ \alpha &= GmR, & \beta &= \frac{C}{C+C_1}, & \gamma &= \frac{R}{R_1}, \\ \delta &= \frac{R}{R_d}, & \varepsilon &= \frac{R}{R_2}. \end{aligned} \quad (4)$$

正規化した回路方程式は以下のようになる。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - \alpha x_3, \\ \dot{x}_2 = -x_2 - \alpha x_1, \\ \dot{x}_3 = -\beta(\gamma + 1)x_3 - \alpha\beta x_2 - \beta\delta y_d, \\ \dot{x}_4 = -x_4 - \alpha x_6, \\ \dot{x}_5 = -x_5 - \alpha x_4, \\ \dot{x}_6 = -(\varepsilon + 1)x_6 - \alpha x_5 + \delta y_d, \end{cases} \quad (5)$$

但し,

$$y_d = \begin{cases} x_3 + x_6 - 1 & \text{for } x_3 - x_6 > 1, \\ 0 & \text{for } -1 \leq x_3 - x_6 \leq 1, \\ x_3 - x_6 + 1 & \text{for } x_3 - x_6 < -1. \end{cases} \quad (6)$$

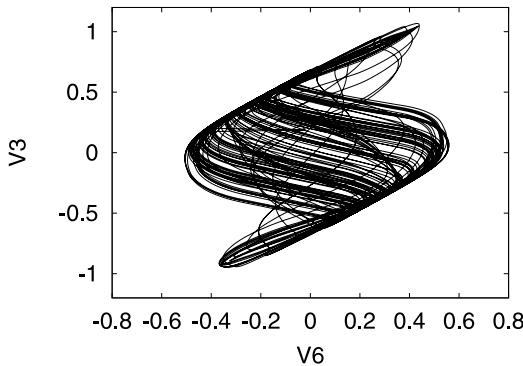


図5：図1の回路のSPICEシミュレーション結果。

図5は、図1の回路のSPICEシミュレーション結果で、図6は、リングオシレータを用いたカ

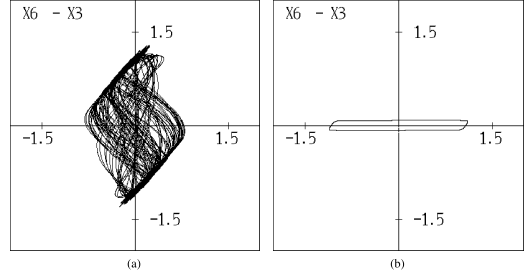


図6：リングオシレータを用いたカオス発生回路のアトラクタ。 $\alpha=4, \beta=0.1, \gamma=4.5, \delta=70$ and $\varepsilon=2.4$.

オス発生回路の数値実験結果である。図5と図6(a)を比較すると、大きな差異はなく、他のパラメータについても調査し同様のアトラクタと分岐現象が得られたため回路モデルが妥当だと考えられる。図6の(a)ではカオス解が、(b)では周期解がみられるが、どちらも同じパラメータで発生しており、初期値のみが異なっている。次章で述べる結合系にみられる現象にはこの特徴が利用されている。

式(5)および(6)とシミュレーションに用いた値から、特性方程式は2つの実数解と2組の複素数解をもつことがわかるので、区分線形関数で分けた

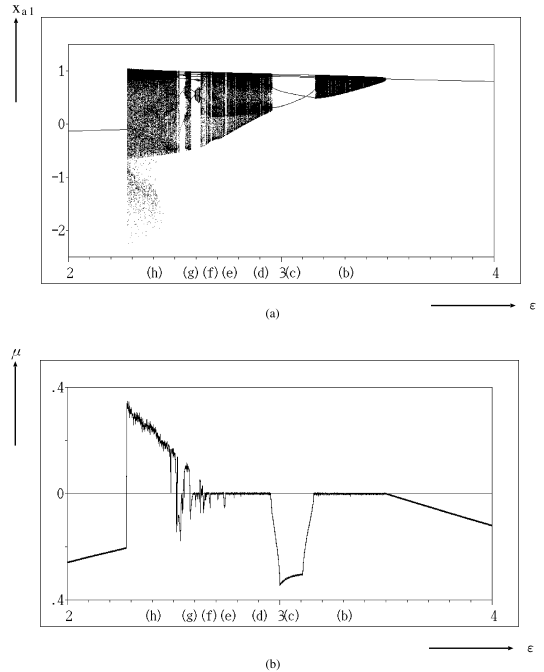


図7：(a)分岐図(b)最大リアプノフ指数。 $\alpha=4.0, \beta=0.1, \gamma=5.0$ and $\delta=50$.

れた各領域について厳密解を導出することができる。さらに、ポアンカレマップのヤコビ行列も厳密解より導くことができ、ヤコビ行列を用いることにより、最大リアプノフ指数を計算することができる。図7は1変数の分岐図とそのときの最大リアプノフ指数を表しており、1周期軌道(a)からトーラス(b),(d)へと分岐し、いくつかの窓(c)を経て、トーラスの崩壊(e),(f)し、カオス(g),(h)へと至る様子が観察される。

3 カオス回路の結合系

図8は本研究のカオス発生回路結合系を表している。図1の回路をキャパシタで結合しており、結合している節点は図1の V_3 である。結合系の方程式は式(2)とほぼ同じで、第3式だけが以下のように異なる。

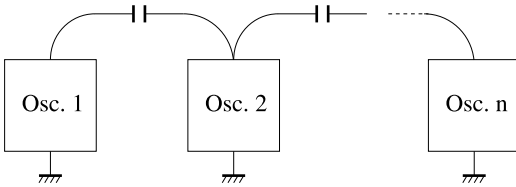


図8：カオス発生回路の結合系。

全ての結合キャパシタ値を C_c とし、 $\zeta = \frac{C_c}{C+C_1}$ とおくと、

1 段目

$$\begin{aligned} \dot{x}_{13} = & -\beta(\gamma+1)x_{13} - \alpha\beta x_{12} - \beta\delta y_1 \\ & -\beta\zeta x_{13}, \end{aligned} \quad (7)$$

n 段目

$$\begin{aligned} \dot{x}_{n3} = & -\beta(\gamma+1)x_{n3} - \alpha\beta x_{n2} - \beta\delta y_n \\ & -\beta\zeta(x_{n3} - x_{(n-1)3}), \end{aligned} \quad (8)$$

最終 N 段目

$$\begin{aligned} \dot{x}_{N3} = & -\beta(\gamma+1)x_{N3} - \alpha\beta x_{N2} - \beta\delta y_N \\ & -\beta\zeta x_{(N-1)3}, \end{aligned} \quad (9)$$

となる。結合系の数値実験では図6と同じ値を利用し、カオス発生回路の数を25とする。まず、時間軸に対する各発振器の振幅 x_3 について、さまざまな初期値を用い調査する。図9-13は結合系

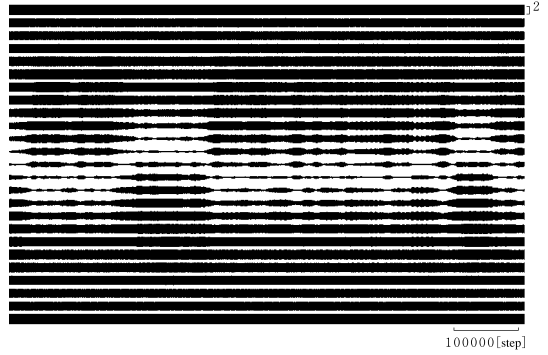


図9：数値実験結果：1つのSAPの場合。

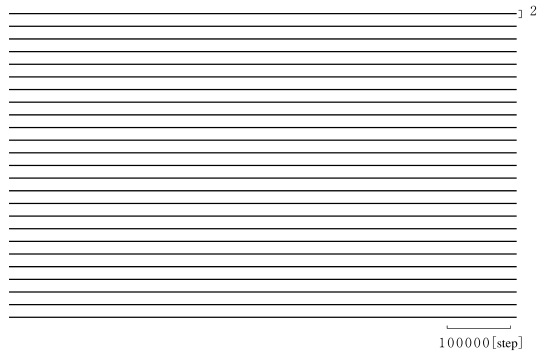


図10：数値実験結果：すべての回路が6(b)のような状態の場合。

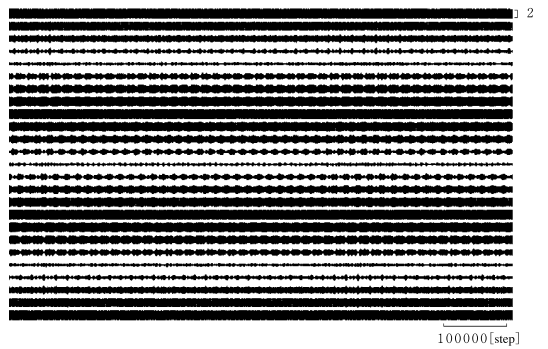


図11：数値実験結果：3つのSAPの場合。

の数値実験結果を表している。横軸を時間、縦軸を各発振器の振幅としている。図6の(b)のような振幅が小さい状態となる部分(Small Amplitude Part 以下SAP)が系に1つ、あるいは複数存在することを確認した。図9はSAPが1つの場合である。この場合、SAPの位置は不規則に変化する。図10ではすべての発振器が振幅が小さい状態となっている。図11は3つのSAPが観察され

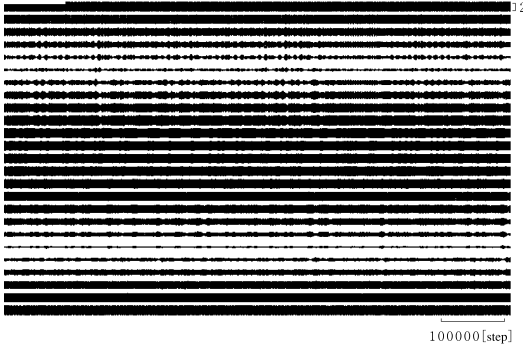


図12：数値実験結果：2つのSAPの場合。

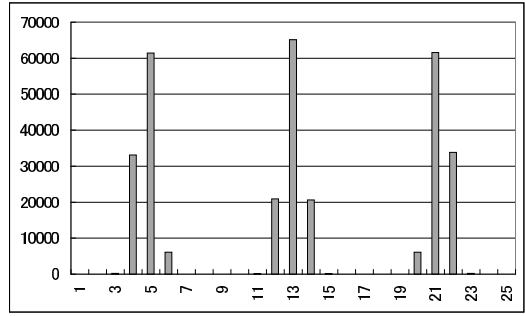


図16：小振幅の極大値の分布：図11の場合。

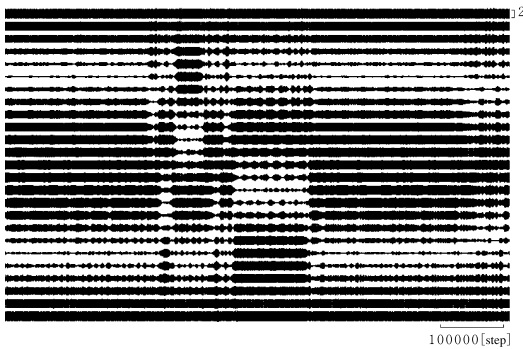


図13：数値実験結果：2つのSAPが不規則に動く場合（図12の続き）。

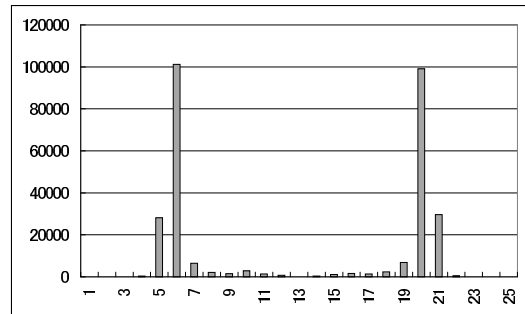


図17：小振幅の極大値の分布：図12, 13の場合。

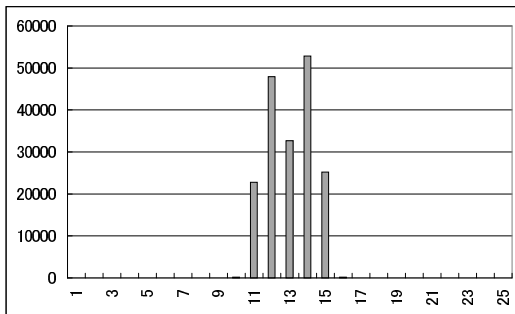


図14：小振幅の極大値の分布：図9の場合。

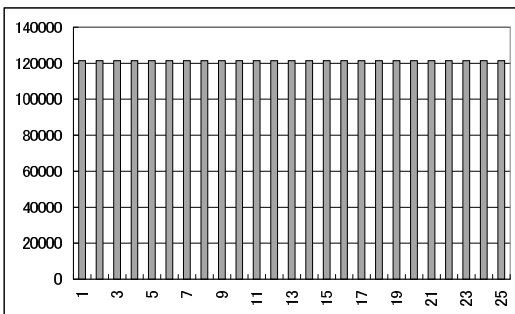


図15：小振幅の極大値の分布：図10の場合。

ているが、これらのSAPの位置は変化しない。25段の場合、4つあるいはそれ以上のSAPは観測できなかったため、ひとつのSAPが存在するためには、およそ7つの回路が必要だと考えられる。図12では、2つのSAPがみられる。基本的には、これらのSAPは安定であるが、まれに図13のようにその位置が不規則に変化する。すべての回路の初期値を同一にした場合、SAPが存在しない状態から、図9のようなSAPが1つ存在する状態になった。それゆえ、この系は、SAPを生成しようとしていると考えられる。また、これらの結果から、SAP同士は近付くことを避けていると考えられる。

次に、SAPの極大値の数について調査する。これは各回路に対するSAPの分布を計算することである。図12-15は図7-11に対応するSAPの極大値の数を表している。横軸はカオス回路は番号、縦軸はSAPの極大値の数である。図12ではSAPが11から15番目の回路の間に存在していることが分かる。図12は均一にSAPがみられる。図14では、3つのSAPがみられるが、左右対象

になっていることが興味深い。図15では2つのSAPがみられる。主に6および20番目周辺が多いが、その間にも、数は少ないが存在している。

これは、図11のまれに位置が変化している部分数が数えられているためだと考えられ、この図からもまれな現象であることが分かる。

4 まとめ

本研究では、リングオシレータを利用したカオス回路とその結合系について調査した。その結果、このカオス回路がカオス解を持つこと、カオスへ至るルート、同じパラメータで2つの解を持つことなどを明らかにした。このカオス回路は集積回路として実現する場合、これまでに無く簡単な構造をもつことから、製造プロセスの誤差にも強く、さまざまな工学的応用に利用できると考えられる。

提案回路を用いた結合系の調査としては、さまざまな初期値について数値実験を行い、系はSAPを生成しようとする、そして、SAP同士は近づくことを避けるという特性があることを確認した。

また、数値実験結果を全体をみると、1つのSAPには7つ程度のカオス発生回路が必要であると推測される。確認された現象のいくつかは、不規則にSAPの位置が変化しているが、これは各回路のカオス的振舞いが影響していると考えられ、SAPの数が多い場合には、SAP同士が近づくことを避けるという特性と、1つのSAPには7つ程度の回路が必要のため、不規則な変化がみられなくなると考えられる。

参考文献

[1] Special Session on Applications of Chaos in Communi-

- cations, *Proc. ISCAS'97*, vol. 2, pp. 1037-1076, Jun. 1997.
- [2] Special Session on Spread Spectrum Communication and Chaos, *Proc. ECCTD'97*, vol. 1, pp. 272-341, Aug. 1997.
- [3] K. Aihara, T. Takabe, and M. Toyoda, "Chaotic Neural Networks," *Physics Lett. A*, vol. 144, nos. 6 and 7, pp. 333-340, Mar. 1990.
- [4] T. Yamada and K. Aihara, "Chaotic Neural Network and Optimization Problems: Complex Computational Dynamics," *Proc. NOLTA'94*, pp. 157-160, Oct. 1994.
- [5] A. L. Zheleznyak and L. O. Chua, "Coexistence of Low- and High-Dimensional Spatiotemporal Chaos in a Chain of Dissipatively Coupled Chua's Circuits," *Int. J. Bifurcation Chaos*, vol. 4, no. 3, pp. 639-674, 1994.
- [6] Y. Nishio and A. Ushida, "Spatio-Temporal Chaos in Simple Coupled Chaotic Circuits," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 42, no. 10, pp. 678-686, Oct. 1995.
- [7] J. H. B. Deane, "Chaos in a Current-Mode Controlled Boost dc-dc Converter," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 39, no. 8, pp. 680-683, Aug. 1992.
- [8] T. Saito and W. Schwarz, "Switched Dynamical Systems with Double Periodic Inputs: An Analysis Tool and Its Application to the Buck-Boost Converter," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 47, no. 7, pp. 1038-1046, Jul. 2000.
- [9] K. Kaneko, "Theory and Applications of Coupled Map Lattices," John Wiley & Sons, 1993.
- [10] A. L. Zheleznyak and L. O. Chua, "Coexistence of Low- and High-Dimensional Spatiotemporal Chaos in a Chain of Dissipatively Coupled Chua's Circuits," *Int. J. Bifurcation and Chaos*, vol. 4, no. 3, pp. 639-674, 1994.
- [11] Y. Nishio and A. Ushida, "Spatio-Temporal Chaos in Simple Coupled Chaotic Circuits," *IEEE Trans. on Circuits and Systems I*, vol. 42, no. 10, pp. 678-689, Oct. 1995.
- [12] M. Miyamura, Y. Nishio and A. Ushida, "Clustering in Globally Coupled System of Chaotic Circuits," *Proc. of ISCAS'02*, vol. 3, pp. 57-60, May 2002.
- [13] José M. Cruz and Leon O. Chua "A CMOSIC Nonlinear Resistor for Chua's Circuit," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 39, no. 12, pp. 985-995, Dec. 1992.
- [14] Manuel Delgado-Restituto and Angel Rodríguez "Design Considerations for Integrated Continuous-Time Chaotic Oscillators," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 45, no. 4, 481-495, Apr. 1998.

(細川康輝：四国大学 計算機科学研究室)